COMPOSITION DE MATHEMATIQUES T - TA

La composition comprend deux problèmes indépendants.

PROBLEME 1

Soit la courbe plane définie paramétriquement (un repère plan étant choisi)

$$M(t) \begin{cases} x = t.\cos t - \sin t \\ y = 1 + \cos t \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

1°) Montrer que cette courbe admet une infinité de points de rebroussement (ou points stationnaires) alignés sur l'une ou l'autre de 2 droites fixes.

2°) Montrer que les tangentes en ces points stationnaires passent toutes par un même point.

3°) Tracer la portion de courbe correspondant à : $0 \leqslant t \leqslant 4\pi$

(On pourra prendre un repère orthogonal non normé)

(2 cm désignant par exemple π sur Ox)

(2 cm représentant l'unité sur Oy)

En déduire l'allure générale de toute la courbe.

4°) Calculer l'aire du triangle curviligne limité par Ox et la portion de courbe correspondant à $\pi \leqslant t \leqslant 3\pi$.
(l'unité d'aire étant évidemment le rectangle construit sur les 2 longueurs unités des axes).

5°) La courbe contient une infinité de points doubles.
Montrer que les valeurs du paramètre t correspondant à ces points doubles sont obtenues en prenant dans un repère auxiliaire (O,t,y), l'intersection de la courbe $y = \text{tg}(t)$ avec une famille de droites.

PROBLEME 2

Soit l'ensemble des matrices carrées d'ordre n, à éléments dans $\mathbb{R}$, de la forme

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & & 0 & a_1 \\ 1 & 0 & & 0 & a_2 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 & a_n \end{bmatrix} \qquad \text{avec } (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n$$

1°) Montrer que ces matrices sont, soit de rang n, soit de rang (n - 1).

2°) Soit f_A l'endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^n$ ayant A pour matrice rapportée à la base naturelle de $\mathbb{R}^n$

dans le cas où le rang de A est (n - 1), trouver :

- une base de l'image de f_A $\left(\text{Im } (f_A)\right)$
- une base du noyau de f_A $\left(\text{ou ker } (f_A)\right)$

Montrer que :

- ou bien Im (f_A) et ker (f_A) sont 2 sous-espaces supplémentaires de $\mathbb{R}^n$.
- ou bien ker (f_A) $\subset$ Im (f_A).

3°) On suppose maintenant :

$$\begin{cases} n = 3 \\ \text{rang de } A = 2 \end{cases}$$

Dans quel cas la matrice est-elle diagonalisable ?

(on ne demande pas une base de vecteurs propres).

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail